

# Plenum 03

Einführung in die Numerik  
Sommersemester 2022

10.05.2022 und 12.05.2022

Singulärwertzerlegung (SVD)

# Was sind die Highlights der Woche?

- Informationen, die man aus der SVD bekommt

# Welche Fragen gibt es? I

- orthogonales Komplement einer Menge
- Beweis der Submultiplikativität der Matrixnorm und wann die Abschätzung scharf ist (Satz 4.8)
- $\sum_{i=1}^n (v_i^T x)^2 = \|x\|_2^2$

# Orthogonale Matrizen

- 1 Wie können wir uns die lineare Abbildung vorstellen, die durch eine orthogonale Matrix  $V$  repräsentiert wird?
- 2 Und wie ist das für  $V^T$ ?

# Illustration der SVD

Wie können wir die SVD  $A = U\Sigma V^T$  nutzen, um uns die Matrix-Vektor-Multiplikation  $Ax$  vorzustellen?

# Illustration von Satz 4.11

Die führenden  $k$  Terme der SVD bilden die beste Rang- $k$ -Approximation einer gegebenen Matrix  $A$  im Sinne der  $\|\cdot\|_{2 \rightarrow 2}$ -Norm.

Wir verwenden eine Matrix  $A$  mit Bilddaten, bilden die SVD  $A = U\Sigma V^T$  und vergleichen  $A$  mit

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} | & & | \\ u_1 & \cdots & u_k \\ | & & | \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} - & v_1^T & - \\ & \vdots & \\ - & v_k^T & - \end{bmatrix}$$

für verschiedene Werte von  $k$ .

# Konditionszahl orthogonaler Matrizen

Was ist die Konditionszahl orthogonaler Matrizen?