R. Herzog, G. Müller
Universität Heidelberg

Übung II - 8

Ausgabedatum: 1. Juni 2026

Übungsaufgabe II-8.1. (Blockdiagonalgestalt der Darstellungsmatrix eines Endomorphismus)

Es seien K ein Körper und V ein Vektorraum über K mit $\dim(V) = n \in \mathbb{N}_0$. Weiter sei $f\colon V \to V$ ein Endomorphismus und $L \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie Satz 32.7, also die Äquivalenz der folgenden Aussagen.

(a) Es existieren f-invariante Unterräume $U_1, \ldots, U_L$ der Dimensionen $\dim(U_j) = n_j \in \mathbb{N}_0$, sodass gilt:

$$V = U_1 \oplus \cdots \oplus U_L. \tag{32.8}$$

(b) Es existiert eine Basis B_V von V, sodass die Darstellungsmatrix von f die Blockdiagonalgestalt

$$\mathcal{M}_{B_V \leftarrow B_V}(f) = \begin{array}{cc} \begin{matrix} n_1 & n_2 & \cdots & n_L \end{matrix} & \\ \begin{bmatrix} A_{11} & & & \\ & A_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_{LL} \end{bmatrix} & \begin{matrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_L \end{matrix} \end{array} \tag{32.9}$$

besitzt, wobei für die Blöcke $A_{jj} \in K^{n_j \times n_j}$, $j = 1, \ldots, L$ gilt.