Plenarübung Lineare Algebra I

(Inhalts)-Woche 03

Link zu diesen Folien

Die Umfrageergebnisse

Zusammenfassung für G01Q02		
Was soll in der Plenarübung vorrangig behandelt werden?		
Antwort	**Anzahl**	**Brutto-Prozentsatz**
Wiederholung von Skriptinhalten Ansehen	22	24.18%
Erklärungen zu Skriptbeispielen Ansehen	2	2.20%
Lösungen der Hausaufgaben Ansehen	9	9.89%
Nicht beendet oder nicht gezeigt	68	74.73%
Gesamt(Brutto)	**101**	**100.00%**

Zusammenfassung für G01Q01		
Welche weiteren Fragen haben Sie zum Stoff der Veranstaltung?		
Antwort	**Anzahl**	**Brutto-Prozentsatz**
Antwort Ansehen	2	2.20%
Keine Antwort	21	23.08%
Nicht beendet oder nicht gezeigt	68	74.73%
Gesamt(Brutto)	**91**	**100.00%**

Gehäuftes Interesse an Skriptinhalten:

(1) Mächtigkeit

(2) Familien

(3) Kartesische Produkte

(4) Auswahlaxiom(e)

Ziele und Vorgehen für heute

Hauptziele

(1) Zusammenhänge der neuen Begriffe einordnen
(2) Intuition zu Mengenmächtigkeit verbessern
(3) Kartesischen Produkte und „Auswahl“ miteinander verknüpfen
(4) Abbildungen von homogene Relationen abgrenzen

Arbeitsplan

(1) Wochenüberblick
(2) True/False für Aussagen zu Mächtigkeit
(3) Kurzvortrag zu kartesischen Produkten und Auswahl(-axiomen)
(4) Aufgaben von Abbildungen und homogene Relationen vergleichen

Wochenüberblick

True/False zu Mächtigkeit von Mengen X, Y

(Unter welchen Bedingungen) gelten folgende Aussagen?

(1) Für $X \subseteq Y$ ist X höchstens so mächtig wie Y.

(2) Für $X \subsetneq Y$ ist X nie so mächtig wie Y.

(3) X und $\mathcal{P}(X)$ sind gleichmächtig.

(4) Für jedes $m \in \mathbb{N}$ existiert eine Partition $\mathcal{U}$ von $\mathbb{N}$ mit $\#(\mathcal{U}) = m$.

(5) Es gilt $\#(X \cup Y) = (\#X) + (\#Y)$.

(6) Alle überabzählbaren Mengen sind gleichmächtig.

(7) Die geraden Zahlen sind zu den ganzen Zahlen gleichmächtig

Hausaufgabe 3.4

Satz

Es seien X überabzählbar und $Y \subseteq X$ abzählbar unendlich, dann sind X und $X \setminus Y$ gleichmächtig.

Mengen und Familien

Mengen

Familien

Auswahl und Auswahlfunktion

Was ist eigentlich eine „Auswahl"?

Eine Zuordnung eines Index i aus einer Indexmenge I zu genau einem Element einer Menge A_i aus einer Familie $(A_i)_{i \in I}$ von Mengen.

Hintergrund:

Was ist eigentlich eine „Auswahlfunktion"?

Eine Zuordnung aller Indizes i aus einer Indexmenge I zu jeweils genau einem Element einer Menge A_i aus einer Familie $(A_i)_{i \in I}$ von Mengen.

Kartesische Produkte sind Mengen von Auswahlfunktionen

Definition 4.8

Für endlich viele Mengen A_i, $i = 1, \dots, n$ ist

$$\bigtimes_{i=1}^{n} A_i := \{(a_1, a_2, \dots, a_n) \mid a_i \in A_i \text{ für } i = 1, \dots, n\}$$

Definition 6.32

Für eine beliebige Indexmenge I und eine Familie von Mengen $(A_i)_{i \in I}$ ist

$$\bigtimes_{i \in I} A_i := \left\{ F \colon I \to \bigcup_{i \in I} A_i \,\middle|\, F(i) \in A_i \text{ für alle } i \in I \right\}$$

(1) Ohne Definition 4.8 keine Definition 6.32!

(2) Für endliche I stimmt Definition 6.32 mit Definition 4.8 überein.

Die Rolle von Auswahlaxiomen

Wir wollen Elemente „wählen“ bzw. ihre Existenz nutzen.

Wie weit bringt uns das Induktionsprinzip?

Auswahlaxiome

Auswahlaxiome in Beweisen

Theorem 6.34

Das Auswahlaxiom ist äquivalent zur Rechtsinvertierbarkeit surjektiver Funktionen.

Die Potenznotation für kartesische Produkte

Potenznotation

Ist $A_i = A$ für alle $i \in I$, dann schreiben wir statt $\bigtimes_{i\in I} A$ auch A^I.

Beispiel 1: Was ist eigentlich $\emptyset^\emptyset$?

Beispiel 2: Was hat $\{0,1\}^X$ mit $\mathcal{P}(X)$ zu tun?

Kann/sollte man Abbildungen als hom. Relationen auffassen?

Kann man...?

Sollte man...?

Die Aufgaben von homogenen Relationen und Abbildungen

Aufgaben von Ordnungs- bzw. Äquivalenzrelationen

Aufgaben von Abbildungen