Plenarübung Lineare Algebra I

(Inhalts)-Woche 02

Link zu diesen Folien

Was bringt Ihnen die Plenarübung eigentlich?

Vorlesung

Vorstellen neuer Konzepte

Übungsaufgaben

Learning by doing mit diesen Konzepten

Tutorien

Unterstützung im Selbstarbeitsprozess

Help Desk

Individuelle Unterstützung im Selbstarbeitsprozess

Plenarübung

Einordnen, Wiederholen, Erweitern der neuen Fähigkeiten und Konzepte
Beseitigen von Unklarheiten

Die Umfrageergebnisse

Zusammenfassung für G01Q02		
Was soll in der Plenarübung vorrangig behandelt werden?		
Antwort	**Anzahl**	**Brutto-Prozentsatz**
Wiederholung von Skriptinhalten Ansehen	52	24.64%
Erklärungen zu Skriptbeispielen Ansehen	25	11.85%
Lösungen der Hausaufgaben Ansehen	37	17.54%
Nicht beendet oder nicht gezeigt	131	62.09%
Gesamt(Brutto)	**245**	**100.00%**

Zusammenfassung für G01Q01		
Welche weiteren Fragen haben Sie zum Stoff der Veranstaltung?		
Antwort	**Anzahl**	**Brutto-Prozentsatz**
Antwort Ansehen	11	5.21%
Keine Antwort	69	32.70%
Nicht beendet oder nicht gezeigt	131	62.09%
Gesamt(Brutto)	**211**	**100.00%**

Gehäuftes Interesse am Aufarbeiten der Skriptinhalte:

(1) Mengenoperationen

(2) Wiederholung / Visualisierung von

- (i) Relationseigenschaften
- (ii) Ordnung (Infimum, Supremum, Min./Max. Elemente)
- (iii) Beziehung Äquivalenzklassen und Partitionen

Ziele und Vorgehen für heute

Hauptziele

(1) Zusammenhänge der neuen Begriffe einordnen

(2) Verknüpfung von Mengen- und Quantoraussagen

(3) Intuition für Relationseigenschaften verbessern

(4) Charakter von Ordnung und Äquivalenz herausarbeiten

Arbeitsplan

(1) Wochenüberblick

(2) Warmrechnen mit Mengen und Aussageformen

(3) Erweiterung Visualisierung von Relationseigenschaften

(4) Arbeiten mit Ordnungs- und Äquivalenzrelationen in Skriptbeispielen und Übungsaufgaben

(5) Induktionsargumente wiederholen

Wochenüberblick

Mengen- und Quantoraussagen

Aufgabe

Es seien A, B, C Teilmengen einer nichtleeren Menge X. Geben Sie für jede der Aussagen links eine logische äquivalente Aussage aus den Optionen rechts an.

(i) $\forall x \in X \left((x \in A \wedge x \in C) \vee x \in B\right)$

(ii) $\forall x \in C \left(x \notin A \vee x \in B\right)$

(iii) $\exists x \in B \left(x \notin C \wedge x \in A\right)$

(I) $(A \cup B) \cap C = B \cap C$

(II) $(A \cap B) \cup C \neq C$

(III) $(A \cap C) \cup B = X$

Digraph-Darstellung von Eigenschaften homog. Relationen

Visualisierung

Für diskrete (endlichen) Mengen können wir Relationen (vollständig) als gerichteten Graph darstellen, wo xRy einem Pfeil von x zu y entspricht.

Relationseigenschaften an Beispiel 5.6

Untersuchung der folgenden Aussage

Die Teilbarkeitsrelation $|$ auf $\mathbb{N}_0$ ist reflexiv, antisymmetrisch und transitiv, aber nicht symmetrisch oder total.

Komposition und inverse Relationen in Digraph-Darstellung

Inverse Relation

$R^{-1} \coloneqq \{(y, x) \mid (x, y) \in R\}$

Komposition

$S \circ R \coloneqq \{(x, z) \mid \exists y((x, y) \in R \land (y, z) \in S)\}$

Ordnungs- und Äquivalenzrelationen in Digraph-Darstellung

(Totale) Ordnungsrelation

reflexiv, transitiv, antisymmetrisch, (total)

Äquivalenzrelation

reflexiv, transitiv, symmetrisch

Äquivalenzrelationen an Beispiel 5.14

Kongruenzrelation modulo $m > 1$ in Z

$\mathbb{Z} / m\mathbb{Z} := \{[z]_{\sim m} \mid z \in \mathbb{Z}\} = \{[0], [1] \ldots [m-1]\} =$
$\{\{0 + m\mathbb{Z}\}, \{1 + m\mathbb{Z}\} \ldots \{m - 1 + m\mathbb{Z}\}\}$

Hausaufgabe 2.4

Lemma

I. A. ist die Komposition von Äquivalenzrelationen keine Äquivalenzrel.

Hausaufgabe 2.3 extended (Ordnungsrelationen)

Komponentenweise Ordnungsrelation im $\mathbb{R}^2$

Vergleichbarkeit bzgl. der Relation
$R \coloneqq \{((x_1, x_2), (y_1, y_2)) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \mid \forall i = 1, 2 \ (x_i \leqslant y_i)\}$

Hausaufgabe 2.3 extended (Ordnungsrelationen)

Extremkonzepte im $\mathbb{R}^2$ bzgl. R

Bestimmen Sie Infimum/Supremum bzw. Minimum/Maximum der Menge $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid x_1^2 + x_2^2 \leqslant 1 \wedge x_1 \leqslant 0 \wedge x_2 \leqslant 0\}$ bzgl. R.

Induktionsbeweis Option 1 (Hausaufgabe 2.2)

Satz

Es sei n eine natürliche Zahl und X eine Menge mit genau n versch. Elementen. Dann enthält $\mathcal{P}(X)$ genau 2^n verschiedene Elemente.

Induktionsbeweis Option 2 (De Morgan induktiv)

Satz

Es seien Mengen A_n für $n \in \mathbb{N}$ Teilmengen einer Menge X. Dann ist

$$\left(\bigcap_{k=1}^{n} A_k\right)^c = \bigcup_{k=1}^{n} \left(A_k^c\right).$$

Induktionsbeweis - Alle Pferde haben die gleiche Farbe

Satz

Für jedes $n \in \mathbb{N}$ gilt: In jeder Menge von n Pferden haben alle die gleiche Farbe.