E. Herberg, M. Hashemi, V. Stein
Universität Heidelberg

Übung 0

Ausgabedatum: 16. Oktober 2023

Aufgabe 0.1. (Grundbegriffe)

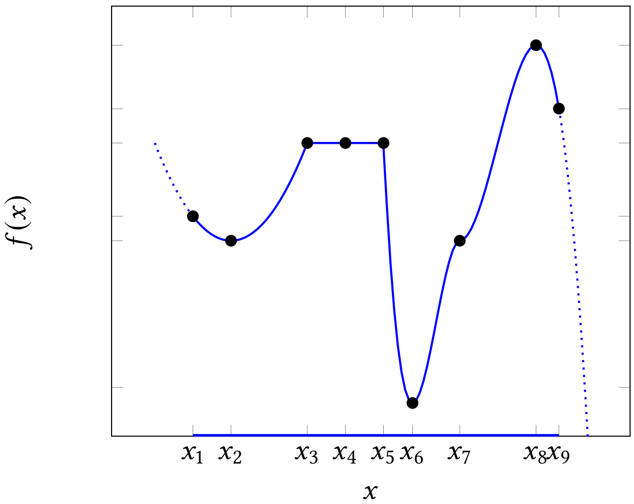

Abbildung 0.1: Graph der Zielfunktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Die zulässige Menge ist das auf der x-Achse markierte Intervall.

(i) Welche Eigenschaften haben die in Abbildung 0.1 markierten Punkte?

(ii) Was ist der Unterschied zwischen einem lokalen und einem globalen Minimierer?

(iii) Ist jeder globale Minimierer auch ein lokaler Minimierer?

(iv) Ist jeder lokale Minimierer auch ein globaler Minimierer?

(v) Gibt es Optimierungsaufgaben, die einen lokalen Minimierer besitzen, aber keinen globalen?

(vi) Wie definiert man die Begriffe (strikter) globaler Maximierer und (strikter) lokaler Maximierer?

(vii) Was gilt an Punkten, die gleichzeitig lokaler Minimierer und lokaler Maximierer sind?

Aufgabe 0.2. (Optimierungsaufgaben können unlösbar sein)

Für eine nicht lösbare Optimierungsaufgabe kann man bezüglich des Optimalwerts drei verschiedene Fälle unterscheiden. Welche sind das? Geben Sie Beispiele an.

Aufgabe 0.3. (Modellierung)

Modellieren Sie die folgenden Optimierungsaufgaben.

(i) Ein Unternehmen will eine bestimmte Menge M eines Gutes einkaufen und holt dazu Angebote von n Lieferfirmen ein, von denen keine die gewünschte Gesamtmenge alleine liefern kann. Anbieter i liefert maximal die Menge m_i, wobei die Funktion $f_i(x_i)$ den Gesamtpreis in Abhängigkeit der Bestellmenge x_i angibt. f_i wird in der Regel monoton wachsend sein. Die Gesamtkosten sollen möglichst gering sein.

(ii) Eine Firma besitzt zwei Fabriken F_1, F_2 und zwölf Verkaufsstellen $V_1, \dots, V_{12}$. Jede Fabrik F_i produziert pro Woche die Menge p_i eines bestimmten Produktes. Jede Verkaufsstelle V_j hat eine bekannte wöchentliche Nachfrage n_j an diesem Produkt, die gedeckt werden muss. Die Kosten, eine Einheit von Fabrik F_i zur Verkaufsstelle V_j zu transportieren, seien c_{ij}, und die zu transportierende Menge sei x_{ij}.
Die Transportkosten sollen minimiert und die Nachfrage gedeckt werden.

(iii) Zu einer abgeschlossenen konvexen Menge $C \subseteq \mathbb{R}^n$ und einem Punkt $p \in \mathbb{R}^n$ suchen wir denjenigen Punkt $x \in C$, der p am nächsten liegt, also die orthogonale Projektion von p auf C.

Aufgabe 0.4. (Voraussetzungen von Satz 1.5)

Finden Sie Beispiele dafür, dass die Unterhalbstetigkeit der Zielfunktion sowie die Kompaktheit (Beschränktheit und die Abgeschlosenheit in $\mathbb{R}^n$) einer nichtleeren Sublevelmenge wesentlich sind, um die Aussage von Satz 1.5 (Existenz eines globalen Minimierers) zu erhalten.

https://scoop.iwr.uni-heidelberg.de/teaching/2023ws/lecture-grundlagen-der-optimierung