

# Plenum 13

## Grundlagen der Optimierung

### Wintersemester 2022

06.02.2023 und 07.02.2023

Kegel  
Optimalitätsbedingungen  
Richtung des steilsten Abstiegs

# Was sind die Highlights der Woche?

# Welche Fragen gibt es?

- Warum ist der Radialkegel der „von  $M - x$  erzeugte Kegel“?
- Quizfrage 17.4
- Quizfrage 17.5
- Quizfrage 17.7
- Bedeutung des Rezessionskegels (aus Kapitel Lineare Opt.)
- $\mathcal{N}_M(x) = \mathcal{K}_M(x)^\circ$
- Lemma 17.11
- Quizfrage 18.1
- Kegel sind i. A. nicht konvex
- Lorentzkegel
- Eigenschaften des Subdifferentials (nach Beispiel 19.4)

# Kegel der zulässigen Richtungen

Illustrieren Sie den Kegel der zulässigen Richtungen und den Radialkegel

$$\mathcal{F}_M(x) := \left\{ d \in \mathbb{R}^n \mid \begin{array}{l} \text{es gibt ein } \varepsilon > 0, \text{ sodass} \\ x + t d \in M \text{ für alle } t \in [0, \varepsilon] \end{array} \right\}$$
$$\mathcal{K}_M(x) := \{ \beta (y - x) \mid y \in M, \beta > 0 \}$$

an einigen Beispielen.

Sind  $\mathcal{F}_M(x)$ ,  $\mathcal{K}_M(x)$  immer abgeschlossen/konvex/gleich?

# Normalenkegel

Illustrieren Sie den Normalenkegel

$$\mathcal{N}_M(x) := \{s \in \mathbb{R}^n \mid s^T(y - x) \leq 0 \text{ für alle } y \in M\}$$

an einigen Beispielen.

# Optimalitätsbedingungen

Bestimmen Sie die eindeutige Lösung  $x^*$  der Aufgabe

$$\text{Minimiere } \tau \|x\|_1 + \frac{1}{2} \|x - z\|_2^2$$

für gegebenes  $\tau \geq 0$  und  $z$ , zunächst in  $\mathbb{R}$  und dann in  $\mathbb{R}^n$ .

Die Lösung  $z \mapsto x$  definiert die sogenannte **proximale Abbildung** von  $\tau f$  mit  $f(x) = \|x\|_1$ :

$$x^* = \text{prox}_{\tau f}(z).$$

# Optimalitätsbedingungen

Bestimmen Sie die eindeutige Lösung  $x^*$  der Aufgabe

$$\text{Minimiere } \tau \|x\|_2 + \frac{1}{2} \|x - z\|_2^2$$

für gegebenes  $\tau \geq 0$  und  $z$  in  $\mathbb{R}^n$ .

Die Lösung  $z \mapsto x$  definiert die **proximale Abbildung** von  $\tau f$  mit  $f(x) = \|x\|_2$ :

$$x^* = \text{prox}_{\tau f}(z).$$

# Richtung des steilsten Abstiegs

Bestimmen Sie die Richtung des steilsten Abstiegs für  $f(x) = \|x\|_1$  und  $g(x) = \|x\|_\infty$  an einigen interessanten Punkten  $x \in \mathbb{R}^2$ .



# MOPTA Optimization Modeling Competition

## Competition

### Important dates

- **Case Study Posted** February 2, 2023
- **Registration Due** Please register as soon as you start working on the problem
- **Solutions Due** May 31, 2023, 23:59 Eastern Daylight Time

### Contact

- **For questions about the competition** Dr. Xiu Yang, [xiy518\(at\)lehigh\(dot\)edu](mailto:xiy518(at)lehigh(dot)edu)
- **For questions about the conference** Dr. Tommaso Giovannelli, [tog220\(at\)lehigh\(dot\)edu](mailto:tog220(at)lehigh(dot)edu)
- **For questions about travel & accommodation** Shella Dorney, [skd220\(at\)lehigh\(dot\)edu](mailto:skd220(at)lehigh(dot)edu)

## 15th AIMMS-MOPTA Optimization Modeling Competition

### Planning Electric Vehicle Charging Stations

#### Introduction

Electric vehicles (EVs) are becoming increasingly popular due to their environmental and economic benefits. They offer a viable alternative to petrol and diesel vehicles, and generate fewer total greenhouse gas emissions than fossil fuel vehicles. They are becoming more affordable, efficient, and powerful, with advances in battery technology and improved charging infrastructure. EVs can now travel longer distances, faster, and with greater efficiency than ever before. The Biden administration has recently introduced an electric vehicle incentive that provides consumers with a tax credit when they purchase or lease a new electric vehicle. This incentive is part of the administration's plan to reduce emissions and combat climate change. It is anticipated that this incentive will encourage more people to switch to electric vehicles, helping to reduce emissions and save money on fuel costs.

While most electric vehicle charging occurs at home, there is an increasing trend of commercial electric vehicle charging stations being built across the country. These charging stations provide a safe and convenient way for electric vehicle owners to charge their vehicles. They are typically located near public places such as shopping malls, hotels, and other popular locations. The construction of these charging stations can help electric vehicle owners maximize their vehicle's capabilities and decrease range anxiety for potential buyers. Hence, it can make electric vehicles more accessible and encourage more people to make the switch to electric vehicles.

**See the full problem description for more information.**

Problem description: [MOPTA2023\\_Competition.pdf](#)

Data and Demonstration files: [MOPTA\\_2023\\_data\\_demo.zip](#) - contains two files

Bei Interesse bitte melden bis zum 24.02.2023.  
([scoop-teaching@uni-heidelberg.de](mailto:scoop-teaching@uni-heidelberg.de))

- Vorlesung „Nichtlineare Optimierung“ (englisch)
- WS 2023 „Unendlichdimensionale Optimierung“ (englisch)  
(optimale Steuerung mit PDEs)
- Seminar „Ausgewählte Kapitel der Optimierung“  
**Vorbesprechung** wird noch bekanntgegeben
- **Anmeldung** ab sofort über MÜSLI
- siehe auch <https://scoop.iwr.uni-heidelberg.de/teaching>
- Software-Praktikum „Optimierung“ für Anfänger
- Software-Praktikum „Optimierung“ für Fortgeschr.