Plenum 11

Grundlagen der Optimierung
Wintersemester 2022

23.01.2023 und 24.01.2023

Trennungssätze
Subdifferential

Was sind die Highlights der Woche?

Welche Fragen gibt es?

- Quizfrage 15.17 (Definition von β)
- Quizfrage 15.18 (Beweis von Lemma 15.25)
- Veranschaulichung von Lemma 15.29
- Beweis von Satz 15.32
- Bemerkung **??**
- Quizfrage 16.1
- Beispiel 16.5
- Quizfrage 16.6 (aus dem Beweis von Satz 16.8)
- Quizfrage 16.12 (aus dem Beweis von Lemma 16.20)

Trennungssätze

Was ist der Unterschied zwischen dem „einfachen“ Trennungssatz und dem eigentlichen Trennungssatz?

Trennungssätze

Warum reicht es beim strikten Trennungssatz nicht aus, dass die zu trennenden Mengen C_1 und C_2 beide konvex und abgeschlossen sind?

Das Farkas-Lemma revisited

Begründen Sie, dass das Farkas-Lemma ein Spezialfall des strikten Trennungssatzes ist.

Subdifferential

Es sei $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$ eine konvexe Funktion. Was haben die Mengen

$$\big\{s \in \mathbb{R}^n \,\big|\, f(x) \geqslant f(x_0) + s^\top (x - x_0) \text{ für alle } x \in \mathbb{R}^n\big\}$$
$$\big\{s \in \mathbb{R}^n \,\big|\, f(x) \geqslant f(x_0) + s^\top (x - x_0) \text{ für alle } x \in B_\varepsilon(x_0)\big\}$$

miteinander zu tun?

Lokale Minimierer sind globale Minimierer

Beweisen Sie mit Hilfe der gerade gewonnenen Erkenntnis

$$\partial f(x_0) = \\ \big\{ s \in \mathbb{R}^n \,\big|\, f(x) \geqslant f(x_0) + s^\mathsf{T}(x - x_0) \text{ für alle } x \in B_\varepsilon(x_0) \big\}$$

(im Fall $f(x_0) < \infty$) nochmals, dass lokale Minimierer konvexer Funktionen bereits globale Minimierer sind.