

Plenum 09

Grundlagen der Optimierung

Wintersemester 2022

19.12.2022 und 20.12.2022

Konvexe Mengen
Konvexe Funktionen

Was sind die Highlights der Woche?

Welche Fragen gibt es?

- Quizfrage 13.4 (Konvexität von $f - \frac{\mu}{2} \|\cdot\|^2$)
- Beispiel 13.9, starke Konvexität von $x \mapsto \|x - z\|^2$
- Beweis von Satz 13.15
- Erweiterung von Funktionen $f: C \rightarrow \mathbb{R}$ auf ganz \mathbb{R}^n (Satz 13.13)
- μ -stark konvexe Funktionen und Beispiel
- Quizfrage 13.7 (Konvexitätsstufen für konvexe, eigentliche Funktionen)
- Quizfrage 13.5 (konvexe und konkave Funktionen)
- Satz 13.18
- Indikatorfunktion
- Begriff „streng konvex“
- Ist die konvexe Hülle einer Punktmenge in \mathbb{R}^2 immer ein Polyeder?

Konvexe Mengen und Zusammenhang

- 1 Was sind die konvexen Teilmengen von \mathbb{R} ?
- 2 Was gilt im \mathbb{R}^n ? Sind alle konvexen Mengen zusammenhängend?
Ist jede zusammenhängende Menge konvex?

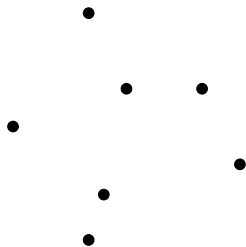
Mittelpunkt-konvexe Mengen

Eine Menge $C \subseteq \mathbb{R}^n$ heißt **mittelpunkt-konvex**, wenn mit $x, y \in C$ auch $(x + y)/2 \in C$ liegt.

Ist die Mittelpunkt-Konvexität äquivalent zur Konvexität?

Konvexkombinationen

- 1 Wie sieht die Menge aller Konvexkombinationen der folgenden Punktmenge in \mathbb{R}^2 aus?

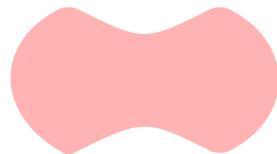
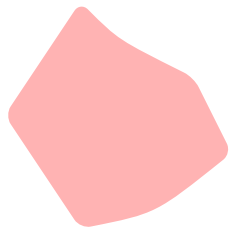


- 2 Und von dieser Punktmenge in \mathbb{R}^2 ?



Erkennen von Konvexität

Wie(so) erkennen wir eigentlich Konvexität von Mengen im \mathbb{R}^2 visuell?



Ehegattensplitting

Was hat das sogenannte Ehegattensplitting mit Konvexität zu tun?

Starke Konvexität

Was hat die starke Konvexität von f mit der Konvexität von $f(\cdot) - \frac{\mu}{2}\|\cdot\|^2$ zu tun?

Mittelpunkt-konvexe Funktionen

Eine Funktion $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ heißt **mittelpunkt-konvex**, wenn

$$f(\alpha x + (1 - \alpha)y) \leq \alpha f(x) + (1 - \alpha)f(y)$$

gilt für alle $x, y \in \mathbb{R}^n$ und $\alpha = 1/2$.

Ist die Mittelpunkt-Konvexität äquivalent zur Konvexität?