Plenum 04

Grundlagen der Optimierung
Wintersemester 2022

14.11.2022 und 15.11.2022

Modellierung linearer Optimierungsaufgaben
Existenz von Lösungen
Basisvektoren

Was sind die Highlights der Woche?

- Zusammenhang zwischen Ecken und Basisvektoren (Satz 6.16)

Welche Fragen gibt es?

- Bestimmung von Ecken über Basisvektoren
- Beweis von Teil (*iii*) von Satz 6.17
- Quizfrage 6.8 (grafische Darstellung der Menge nicht-negativer Linearkombinationen)
- Quizfrage 6.2 (Verzicht auf Ungleichungen der Form $A_{\text{ineq}} x \geqslant b_{\text{ineq}}$ ist keine Einschränkung)
- Quizfrage 6.6 (Bedeutung des Rezessionskegels)
- Definition 6.12 einer Ecke
- Bestimmung von Basisvektoren (Beispiel 6.15)

Aufgaben mit 1-Norm und ∞-Norm

Wir wollen folgende Aufgaben jeweils als lineare Optimierungsprobleme umformulieren:

1. Aufgaben mit der 1-Norm $\|y\|_1 = \sum_{i=1}^m |y_i|$

$$\text{Minimiere} \quad \|Ax - b\|_1 \quad \text{über } x \in \mathbb{R}^n$$

2. Aufgaben mit der ∞-Norm $\|y\|_\infty = \max_{i=1,\ldots,m} |y_i|$

$$\text{Minimiere} \quad \|Ax - b\|_\infty \quad \text{über } x \in \mathbb{R}^n$$

Dabei sind $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ und $b \in \mathbb{R}^m$.

Existenz von Lösungen

Die Kompaktheit einer nichtleeren Sublevelmenge ist zwar hinreichend (Satz 1.6), aber nicht notwendig für die Lösbarkeit eines LP.

Finden Sie Beispiele linearer Optimierungsaufgaben für folgende Situationen:

1. Alle nichtleeren Sublevelmengen sind unbeschränkt, und das LP besitzt einen Minimierer.
2. Alle nichtleeren Sublevelmengen sind unbeschränkt, und das LP besitzt keinen Minimierer.

Rezessionskegel

Es sei

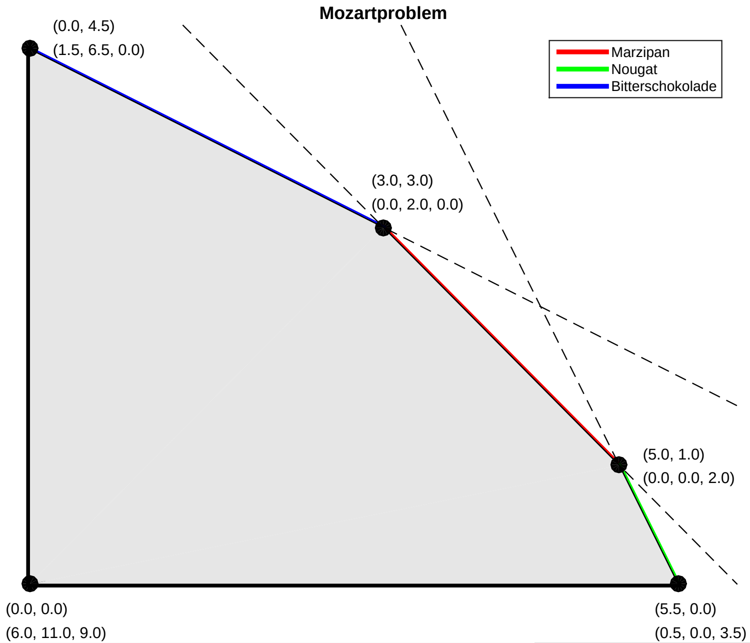
$$P := \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = b,\ x \geqslant 0\}$$

ein Polyeder in Normalform.

Welche Bedeutung hat der Rezessionskegel

$$\{d \in \mathbb{R}^n \mid A\,d = 0,\ d \geqslant 0\}?$$

Basisvektoren beim Mozartproblem



Basisvektoren mit mehreren Darstellungen