Plenum 13

Einführung in die Numerik
Sommersemester 2022

19.07.2022 und 21.07.2022

Iterative Verfahren für lineare Gleichungssysteme

Was sind die Highlights der Woche?

Welche Fragen gibt es? I

- Bedeutung der vier Unterräume/Basen, die durch die SVD offenbart werden
- Verwendung der Tschebyschow-Approximation in §17.2
- Zusammenhang zwischen den Stabilitätskonzepten für Algorithmen
- Sätze 9.4, 9.5 und 9.8
- LR-Zerlegung mit mehreren Zeilenvertauschungen
- Übungsblatt 2, Hausaufgabe 4 (Kondition zusammengesetzter Funktionen)

Welche Fragen gibt es? II

- $\operatorname{range} A^\mathsf{T} = (\ker A)^\perp$ mit Hilfe der SVD zeigen
-

Jacobi- und Gauß-Seidel-Verfahren

Jacobi-Verfahren $\quad x^{(k+1)} = D^{-1}\big(b - (L+R)\,x^{(k)}\big)$

Setze $y := x$
for $i = 1, \ldots, n$ **do**
  Setze $x_i := \dfrac{1}{a_{ii}}\Big(b_i - \sum\limits_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} a_{ij}\, y_j\Big)$
end for

Gauß-Seidel-Verfahren $\quad x^{(k+1)} = (D+L)^{-1}\big(b - R\,x^{(k)}\big)$

Wie sieht hier die Implementierung einer Iteration aus?

Spektralradius der Iterationsmatrix

Entscheidend für die Konvergenz stationärer Verfahren ist der Spektralradius der Iterationsmatrix $N = \mathrm{id} - P^{-1}A$. Wie ändert sich dieser Spektralradius für die bekannten Verfahren, wenn wir A mit einem Faktor $\alpha \neq 0$ skalieren?