

Plenum 10

Einführung in die Numerik
Sommersemester 2022

28.06.2022 und 30.06.2022

Bernstein-Polynome, Bézier-Kurven,
Tschebyschow-Approximation

Was sind die Highlights der Woche?

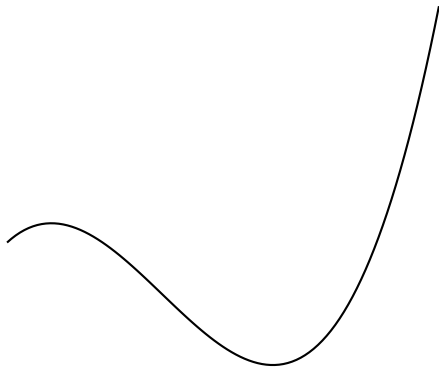
- Webseite zur Visualisierung der de Casteljau Bezier Auswertung
- Tschebyschow Knoten
- Eigenschaften der Bernsteinpolynome

Welche Fragen gibt es? I

- Wie sieht man, dass Bezierkurven in der konvexen Hülle ihrer Kontrollpunkte liegen?
- Was sind affine Abbildungen?
- Wie kann man die Eigenschaft (ii) des Alternantensatzes 17.2 interpretieren?
- Woraus folgern wir die Anzahl der Schnittstellen im Beweis von Folgerung 17.3?
- Wie vektorisiert man den de-Casteljau Algorithmus?

Tschebyschow-Approximation von Hand

Wie in etwa sieht die Tschebyschow-Approximation dieser Funktion durch ein konstantes bzw. lineares Polynom aus?



Tschebyschow-Approximation von Hand

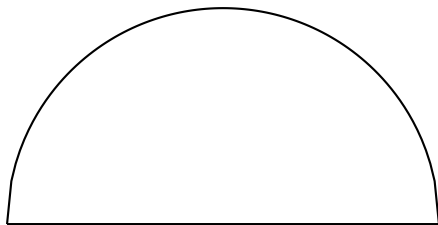
Können Sie ein Beispiel angeben (zeichnen), bei dem die Tschebyschow-Approximation durch ein konstantes ($n = 0$) Polynom mehr als die aus dem Alternantensatz mindestens erwarteten $n + 2$ Extremstellen der Fehlerfunktion besitzt?

Lage der Tschebyschow-Knoten

Können Sie die Lage der Tschebyschow-Knoten

$$x_j = \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{2j+1}{n}\right), \quad j = 0, \dots, n-1$$

z. B. für $n = 5$ in diesem Bild des halben Einheitskreises einzeichnen?



Warum sind diese Stellen für die Interpolation der Runge-Funktion besser geeignet als äquidistante?

Eigenschaften von Bézier-Kurven

- 1 Kommt es auf die Reihenfolge der Kontrollpunkte an?
- 2 Ist es möglich, dass eine Bézier-Kurve im Raum \mathbb{R}^3 komplett in einer Ebene liegt?
- 3 Ist es möglich, dass eine Bézier-Kurve sich selbst schneidet?
- 4 Können Sie Beispiele für eine Selbstüberschneidung angeben (zeichnen) in den Fällen $n = 2$ und $n = 3$?