

Plenum 05

Einführung in die Numerik
Sommersemester 2022

24.05.2022

Stabilitätsanalyse

Was sind die Highlights der Woche?

- Übung 4, Hausaufgabe 4

Welche Fragen gibt es? I

- Umgang mit Berechnungsgraphen
- Zustandekommen des Faktors $\frac{|a+b|}{|a+b+c|}$
- Warum ist nur ein Faktor $(1 + \varepsilon)$ im Satz 7.16 bei Multiplikation und Division?
- Warum reicht es in der Abschätzung (7.6) aus, die Taylorentwicklung schon nach dem Term nullter Ordnung abzurechnen?
- Stabilitätsbegriffe

Summe dreier Zahlen

Bestimmen Sie das Ergebnis von $(a \oplus b) \oplus c$ und von $a \oplus (b \oplus c)$ im Fließkommagitter mit Basis $\beta = 10$ und Mantissenlänge $r = 3$ für die Zahlen

$$a = 2.34 \cdot 10^{-2}, \quad b = 3.37 \cdot 10^0, \quad c = -3.36 \cdot 10^0$$

- 1 Welche Version ist genauer?
- 2 Woher hätten wir das wissen können?

Berechnungsgraphen

Erstellen Sie eine selbst gewählte Funktion $F(a, b)$ und den Berechnungsgraphen dazu und führen Sie eine Vorwärtsanalyse durch.

Stabilität und Rückwärtsstabilität

Die Funktion **cos** werde auf einem Rechner mit einem relativen Fehler von höchstens $\varepsilon_{\text{mach}}$ realisiert, also $\widehat{\text{cos}}(x) = \text{cos}(x)(1 + \varepsilon)$ mit $|\varepsilon| \leq \varepsilon_{\text{mach}}$ für $x \in \mathbb{F}$.

- 1 Ist der Algorithmus $\widehat{F}(x) = \widehat{\text{cos}}(\text{rd}(x))$ rückwärtsstabil?
- 2 Ist er stabil?

Zusammenhang zwischen Begriffen

Wie hängen

- Rückwärtsstabilität
- Vorwärtsstabilität
- Stabilität

miteinander zusammen?