

Plenum 12

Grundlagen der Optimierung
Wintersemester 2021

28.01.2022 und 31.01.2022

Richtungsableitung
Zusammenhang Subdifferential/Richtungsableitung
Weitere Eigenschaften konvexer Funktionen

Was sind die Highlights der Woche?

- Differenzierbarkeit bei einelementigen Subdifferentialen

Welche Fragen gibt es?

- sup oder max in Satz 16.15
- Unbeschränktheit des Subdifferentials, genauer:
mit $s \in \partial f(x_0)$ ist auch $s + U^\perp \in \partial f(x_0)$
- in Lemma 16.20 fehlte ein t
- Differenzierbarkeit bei einelementigen Subdifferentials

Richtungsableitung

Warum arbeitet man bei konvexen Funktionen mit einseitigen Richtungsableitungen

$$\lim_{t \searrow 0} \frac{f(x_0 + t d) - f(x_0)}{t}$$

und nicht mit beidseitigen Richtungsableitungen

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + t d) - f(x_0)}{t} \quad ?$$

Interpretation

Wie kann man die Aussage (Satz 16.13)

$$f(x) \geq f(x_0) + f'(x_0; x - x_0) \quad \text{für alle } x \in \mathbb{R}^n$$

interpretieren?

Subdifferential aus Richtungsableitung

Wie kann man die Aussage (Satz 16.15)

$$\partial f(x_0) = \{s \in \mathbb{R}^n \mid s^T d \leq f'(x_0; d) \text{ für alle } d \in \mathbb{R}^n\}$$

für $x_0 \in \mathbb{R}^n$ veranschaulichen?

Richtungsableitung aus Subdifferential

Wie kann man die Aussage (Satz 16.15)

$$f'(x_0; d) = \sup \{s^T d \mid s \in \partial f(x_0)\} \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$$

für $x_0 \in \text{rel int dom } f$ veranschaulichen?

Unbeschränktheit des Subdifferentials

Wie sehen die Subdifferentialie der folgenden Funktionen im Punkt $(0, 0)$ aus?

$$f(x_1, x_2) = |x_1|$$

und

$$g(x_1, x_2) = \begin{cases} |x_1| & \text{falls } x_2 = 0 \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

Veranschaulichung von Lemma 16.19

Es sei

- $M \subseteq \mathbb{R}^n$ eine Menge
- $x_0 \in \text{int } M$ und $B_R(x_0) \subseteq M$

Dann existieren

- affin unabhängige Punkte $v_0, \dots, v_n \in M$
- $r > 0$,

sodass mit $\Delta := \text{conv}(\{v_0, \dots, v_n\})$ gilt:

$$B_r(x_0) \subseteq \Delta \subseteq B_R(x_0) \subseteq M.$$