Plenum 10

Grundlagen der Optimierung
Wintersemester 2021

14.01.2022 und 17.01.2022

Konvexe Optimierungsaufgaben
Affine Unterräume
Topologische Eigenschaften konvexer Mengen

Was sind die Highlights der Woche?

- affine Unterräume
- Satz von Carathéodory

Welche Fragen gibt es?

- Erläuterung relativ innerer Punkt, relativer Abschluss, relativer Randpunkt
- konvexe Mengen, die nicht volle Dimension haben
- Lemma 15.17 (Charakterisierung des relativen Inneren)
- Zusammenhang zwischen $\operatorname{aff}(M_1 + M_2)$ und $\operatorname{aff}(M_1) + \operatorname{aff}(M_2)$
- Quizfragen unter Definition 15.14
- Beispiel einer nichtkonvexen Menge, bei der $\operatorname{int} M \subsetneq \operatorname{core} M$ ist

Konvexe Optimierungsaufgaben

Was ist das Besondere an konvexen Optimierungsaufgaben?

$$\text{Minimiere} \quad f(x) \quad \text{über } x \in \mathbb{R}^n$$

mit $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ konvex?

Affine Unterräume

Veranschaulichung der folgenden Konzepte:

1. Affinkombination
2. affine Unabhängigkeit
3. affine Basis und Dimension
4. affine Hülle
5. Dimension einer Menge
6. Richtungsraum eines affinen Unterraums

Orthogonale Projektion

Wodurch ist die orthogonale Projektion $\operatorname{proj}_A p$ eines Punktes $p \in \mathbb{R}^n$ auf einen affinen Unterraum A charakterisiert?

Relativtopologie konvexer Mengen

1. Was ist das relative Innere $\operatorname{rel\,int} C$ einer konvexen Menge C?
2. Was ist $\operatorname{rel\,int} C$ im Fall $\dim C = n$?
3. Was ist $\operatorname{rel\,int} A$ im Fall eines affinen Unterraums A?
4. Impliziert $C_1 \subseteq C_2$ immer auch $\operatorname{int} C_1 \subseteq \operatorname{int} C_2$?
5. Impliziert $C_1 \subseteq C_2$ immer auch $\operatorname{rel\,int} C_1 \subseteq \operatorname{rel\,int} C_2$?
6. Warum benötigen wir keinen Begriff des relativen Abschlusses?

Hüllenoperatoren

Wir haben in der Lehrveranstaltung bereits einige mit dem Namen Hülle bezeichnete Operationen verwendet.

- Welche kennen wir?
- Was sind gemeinsame Merkmale?

Bisher verwendete Hüllenoperatoren

Schreiben Sie die folgenden Hüllenoperatoren in ähnlicher Form wie im Beispiel:

$$\overline{A} = \bigcap \bigl\{ B \subseteq \mathbb{R}^n \bigm| B \text{ ist abgeschlossen und } A \subseteq B \bigr\}$$

$$\operatorname{span} A = \cdots$$

$$\operatorname{cone} A = \cdots$$

$$\operatorname{conv} A = \cdots$$

$$\operatorname{aff} A = \cdots$$