Plenum 07

Grundlagen der Optimierung
Wintersemester 2021

03.12.2021 und 06.12.2021

Sensitivitätsanalyse

Was sind die Highlights der Woche?

- Sensitivitätssatz

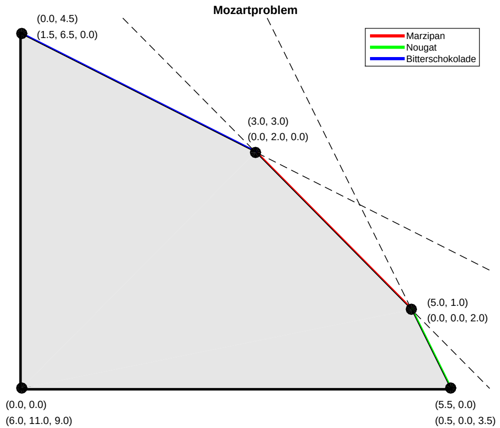
Welche Fragen gibt es?

- Was passiert, wenn der Störungsfaktor t das zulässige Intervall verlässt?
- Gibt es Fälle, bei denen t außerhalb des zulässigen Intervalls liegt und dennoch (z. B. bei Störungen in c) dasselbe x^* noch weiter optimal ist?
- Warum ist der Fall $A \rightsquigarrow A + t\,\Delta A$ nicht abgedeckt von den Sensitivitätssätzen?
- Wofür ist es nützlich, die Ableitung der Optimalwertfunktion zu kennen?

Beispiele für Änderungen in b und c

- Was sind Beispiele linearer Optimierungsaufgaben, bei denen es von Interesse sein könnte, Änderungen von b und/oder c zu untersuchen?
- Durch welche Ereignisse könnten diese Änderungen ausgelöst worden sein?
- Welche Änderungen im Problem lassen sich *nicht* durch Änderungen in b und c darstellen?

Ressourcenänderung beim Mozartproblem



Welche Störungsgrößen in den Ressourcen Marzipan, Nougat und Schokolade sind jeweils maximal zulässig, bis sich die Struktur der optimalen Lösung ändert?

Tchebycheff-Approximation einer Funktion

Schreiben Sie die Aufgabe der Tchebycheff-Approx.

- einer gegebenen Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
- an gegebenen Punkten $t_1, \ldots, t_m \in \mathbb{R}$
- durch eine Funktion $\sum_{j=1}^n x_j \, f_j(\cdot)$

$$\text{Minimiere} \quad \|A\,x - b\|_\infty, \quad x \in \mathbb{R}^n$$

als LP in Normalform. Dabei sind

$$A = \begin{bmatrix} f_1(t_1) & \cdots & f_n(t_1) \\ \vdots & & \vdots \\ f_1(t_m) & \cdots & f_n(t_m) \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} f(t_1) \\ \vdots \\ f(t_m) \end{pmatrix}.$$

Tchebycheff-Approximation in Normalform

Dies führt (Übung 05) auf folgendes LP mit den Variablen

$$(x^+, x^-, y, z^+, z^-) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m :$$

$$\begin{aligned} \text{Minimiere} \quad & y \\ \text{sodass} \quad & \begin{bmatrix} A & -A & -1 & \mathrm{id} & 0 \\ -A & A & -1 & 0 & \mathrm{id} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x^+ \\ x^- \\ y \\ z^+ \\ z^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ -b \end{pmatrix} \\ \text{und} \quad & x^+, x^-, y, z^+, z^- \geqslant 0 \end{aligned}$$

Interpretation der Lösung

Im Beispiel verwenden wir eine Approximation von f durch Polynome $f_j(t) \in \{1, t, t^2, \ldots\}$.

1. Bestimmen Sie (numerisch) für eine Beispielaufgabe eine primal optimale Lösung, und stellen Sie sie grafisch dar.
2. Wie ändert sich der Optimalwert der Aufgabe, wenn die gegebene Funktion f um eine Konstante verschoben wird? Bestätigen Sie Ihre Vermutung durch Sensitivätsanalyse.
3. Wie ändert sich der Optimalwert der Aufgabe, wenn nur einer der Funktionswerte $f(t_i)$ verändert wird?

Welche Fragen gibt es?