

Plenum 04

Grundlagen der Optimierung
Wintersemester 2021

12.11.2021 und 15.11.2021

Modellierung linearer Optimierungsaufgaben
Existenz von Lösungen
Basisvektoren

Was sind die Highlights der Woche?

- Es ist immer möglich, ein LP in Normalform zu bringen.
- Lokale Minimierer bei LP sind globale Minimierer.
- Visualisierungsmöglichkeiten und grafische Lösung von LP
- Hauptsatz der linearen Optimierung: Unter den Lösungen (falls nichtleer) ist immer eine Ecke.

Welche Fragen gibt es?

- Definition des Rezessionskegels
- Vorstellung von Ecken eines Polyeders und Basisvektoren
- Aufteilung $x_i \rightsquigarrow x_i^+ - x_i^-$ bei Konvertierung eines LP in Normalform
- Was ist die konische Hülle?
- Gibt es bessere Schranken für die Anzahl der Ecken als $\binom{n}{m}$?
- Warum enthält die Lösungsmenge eines LP (falls nichtleer) immer eine Ecke?
- Wie kann man echte Ungleichungen in LPs behandeln?

Aufgaben mit 1-Norm und ∞ -Norm

Wir wollen folgende Aufgaben jeweils als lineare Optimierungsprobleme umformulieren:

- 1 Aufgaben mit der 1-Norm $\|y\|_1 = \sum_{i=1}^m |y_i|$

Minimiere $\|Ax - b\|_1$ über $x \in \mathbb{R}^n$

- 2 Aufgaben mit der ∞ -Norm $\|y\|_\infty = \max_{i=1, \dots, m} |y_i|$

Minimiere $\|Ax - b\|_\infty$ über $x \in \mathbb{R}^n$

Dabei sind $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und $b \in \mathbb{R}^m$.

Existenz von Lösungen

Die Kompaktheit einer nichtleeren Sublevelmenge ist zwar hinreichend (Satz 1.4), aber nicht notwendig für die Lösbarkeit eines LP.

Finden Sie Beispiele linearer Optimierungsaufgaben für folgende Situationen:

- 1 Alle nichtleeren Sublevelmengen sind unbeschränkt, und das LP **besitzt** einen Minimierer.
- 2 Alle nichtleeren Sublevelmengen sind unbeschränkt, und das LP besitzt **keinen** Minimierer.

Rezessionskegel

Es sei

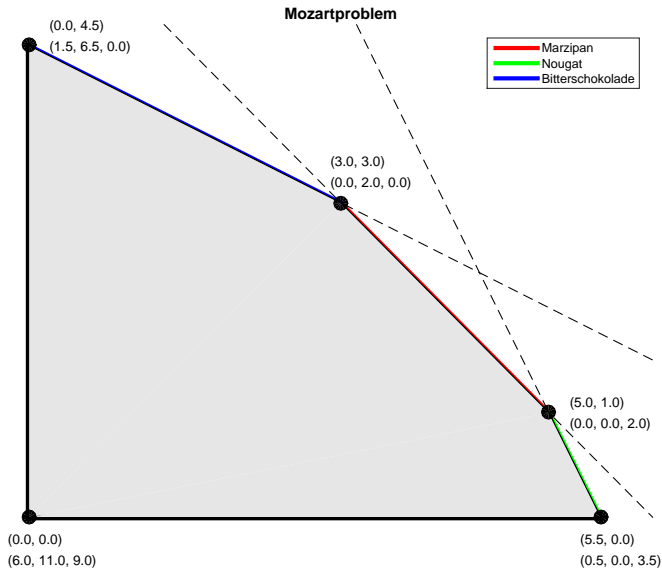
$$P := \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = b, x \geq 0\}$$

ein Polyeder in Normalform.

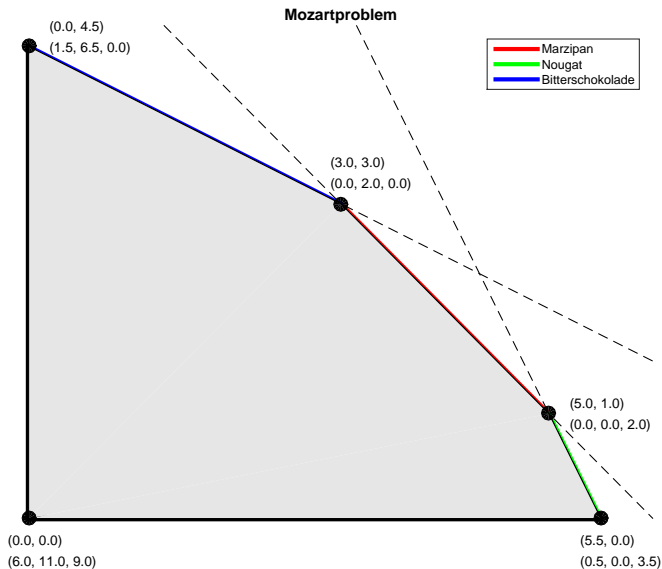
Welche Bedeutung hat der **Rezessionskegel**

$$\{d \in \mathbb{R}^n \mid Ad = 0, d \geq 0\}?$$

Basisvektoren beim Mozartproblem



Basisvektoren mit mehreren Darstellungen



Welche Fragen gibt es?