

Plenum 02

Grundlagen der Optimierung

Wintersemester 2021

29.10.2021

Gradientenverfahren

Welche Fragen gibt es?

Follow-Up

Kann ein Punkt x^* , der die notwendigen Bedingungen
1. und 2. Ordnung der Minimierungsaufgabe

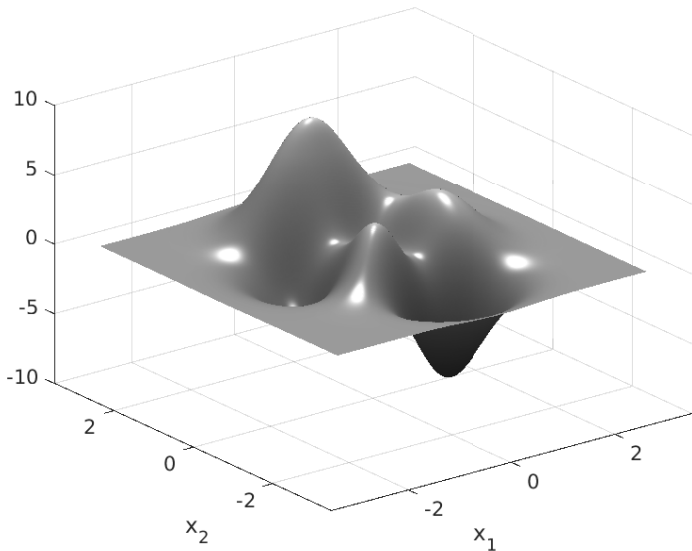
Minimiere $f(x)$ über $x \in \mathbb{R}^n$

erfüllt, auch ein lokaler **Maximierer** sein?

Ja: $f(x) \equiv \text{const}$

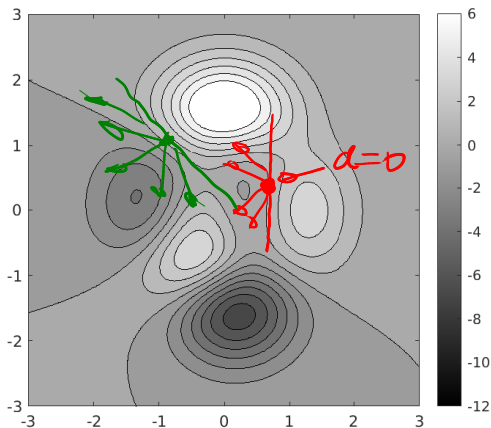
notwendig: $f'(x^*) \geq 0$ und $f''(x^*) \leq 0$,
d.h. z.B. $f(x) = -x^4$ bei $x^* = 0$

Graph einer Funktion



Contour-Plot derselben Funktion

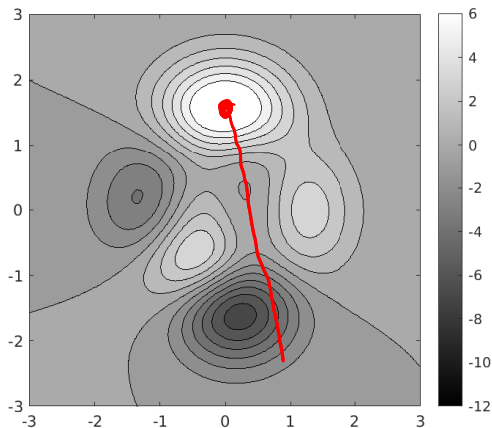
Zeichnen Sie an verschiedenen Punkten alle möglichen Abstiegsrichtungen ein.



offenes Halbräum
 $\{d \in \mathbb{R}^n : \langle \nabla f(x), d \rangle < 0\}$

Schnitt durch die Funktion

Machen Sie sich an verschiedenen Beispielen den Schnitt $t \mapsto f(x + t d)$ durch die Funktion klar.



Schnitt durch die Funktion

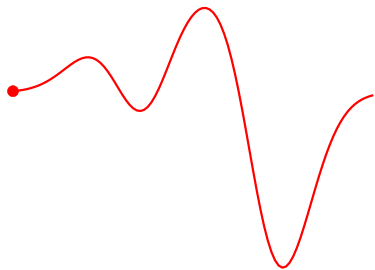
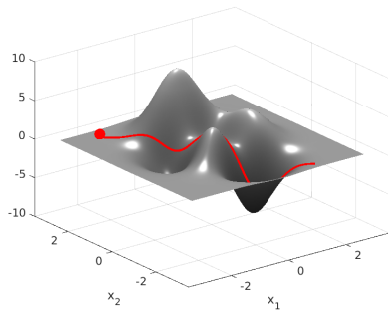
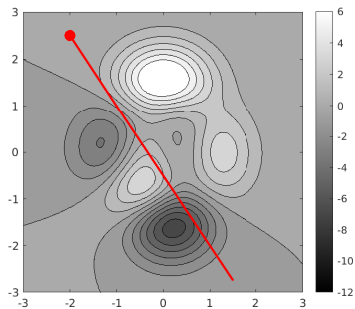
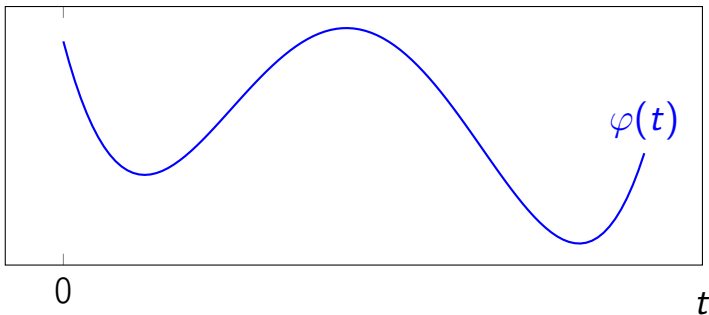


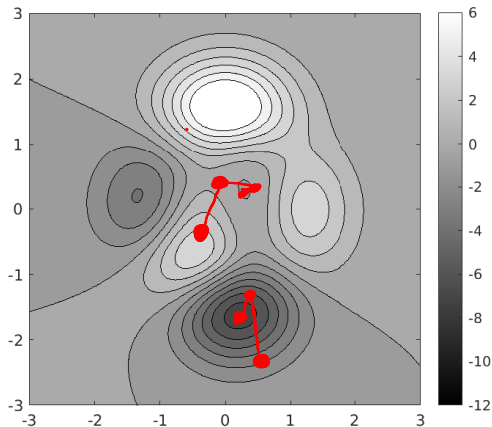
Illustration der Armijo-Bedingung

Zeichnen Sie für verschiedene Werte von $\sigma \in (0, 1)$ diejenigen Schrittweiten $t \geq 0$ ein, die die Armijo-Bedingung erfüllen.



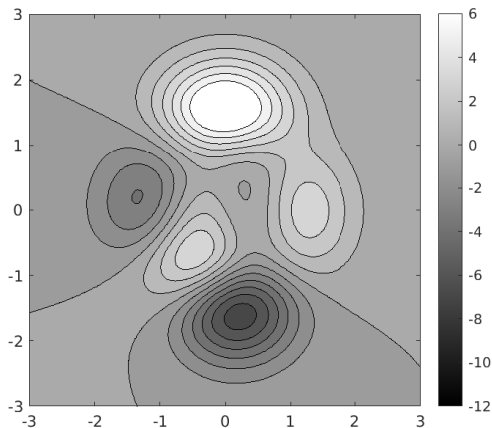
Verlauf des Gradientenverfahrens

Illustrieren Sie einen möglichen Verlauf des (Euklidischen) Gradientenverfahrens.



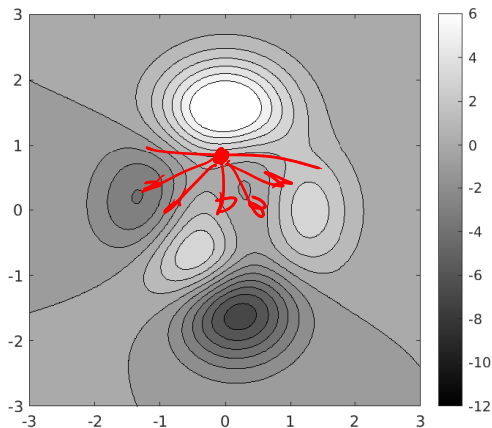
Gradientenfluss

Kann man das Gradientenverf. als Diskretisierung für eine Differentialgleichung verstehen?

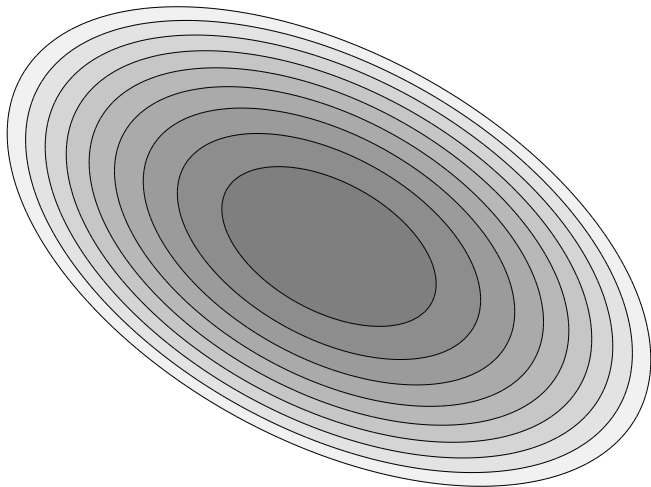


Variation des Skalarprodukts

Welche Richtungen des steilsten Abstiegs $-\nabla_M f(x)$ ergeben sich bei Variation des Skalarprodukts M ?



Bedeutung der Konditionszahl



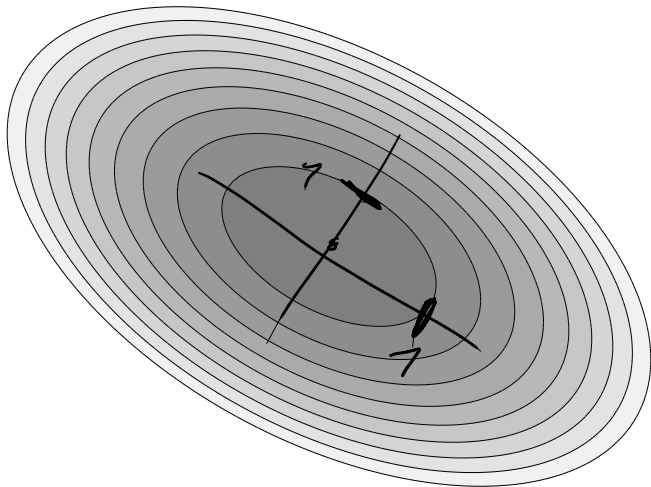
Bedeutung der Konditionszahl

In der Numerik lernt man, dass die **Kondition** einer Aufgabe ein Maß dafür darstellt, wie empfindlich die Lösung von (Störungen in) den Eingangsdaten abhängt.

Sie ist eine Eigenschaft der Aufgabe und unabhängig vom verwendeten Lösungsverfahren.

Können wir die Kondition einer Aufgabe beeinflussen?

Vorkonditionierung = Wahl des SP



Welche Fragen gibt es?